

F. J. Ignacio López de Silanes Valgañón

Arte y matemática

Elementos de geometría sagrada



AULAMAGNA
PROYECTO CLAVE

Arte y matemática

Elementos de geometría sagrada

Primera edición: 2021

ISBN: 9788418808036

ISBN eBook: 9788418392443

Depósito Legal: SE 1128-2021

© del texto:

F. J. Ignacio López de Silanes Valgañón

© de esta edición:

Editorial Aula Magna, 2021. McGraw-Hill Interamericana de España S.L.

editorialaulamagna.com

info@editorialaulamagna.com

Impreso en España – Printed in Spain

Quedan prohibidos, dentro de los límites establecidos en la ley y bajo los apercibimientos legalmente previstos, la reproducción total o parcial de esta obra por cualquier medio o procedimiento, ya sea electrónico o mecánico, el tratamiento informático, el alquiler o cualquier otra forma de cesión de la obra sin la autorización previa y por escrito de los titulares del copyright. Diríjase a info@editorialaulamagna.com si necesita fotocopiar o escanear algún fragmento de esta obra.

IN MEMORIAM
Antonia López de Silanes
(1932-2018)

Índice

Prólogo	13
1. La cuadratura del triángulo	17
1. Introducción	17
2. La pirámide egipcia	20
3. Las pirámides de Egipto.	22
3.1. Grupo G0. Pirámides escalonadas	26
3.2. Grupo G1. La pirámide armónica	32
3.3. Grupo G2. La pirámide rectificada	34
3.4. Grupo G3. La pirámide de la Esfinge	41
3.5. Grupo G4. La gran pirámide.	48
3.6. Grupo G5. Las pirámides y el codo real	55
3.7. Grupo G6. La Pirámide Roja	57
4. Las pirámides de Snefru	60
4.1. Armonía de la Pirámide Rectificada	61
4.2. Fases de la Pirámide Rectificada	62
4.3. Transformaciones de Snefru	64
4.4. Trazado, maqueta y prototipo	65
5. El lenguaje de las pirámides	66
6. Sistema antropométrico egipcio	71
2. Geometría del número de oro	73
1. Introducción	73
2. Geometría del número de oro	77
2.1. El número de oro y el pentágono	77
2.2. Triángulos áureos	78
2.3. Rectángulos áureos	78
2.4. Álgebra del número de oro	80
2.5. Multiplicación y división áurea de un segmento	82
2.6. Trazado de las potencias del número de oro	84

2.7. Euclides y la razón media extrema	85
2.8. Geometría del rectángulo de oro	86
2.9. Rectángulo del número de oro al cuadrado	88
2.10. El cuadrado largo	88
2.11. Composición de rectángulos de oro	90
2.12. División áurea del rectángulo de oro	90
2.13. División áurea del cuadrado	91
2.14. Otra división del rectángulo de oro	91
2.15. El templo de Salomón	91
3. La Torre de Londres y el rectángulo de oro	92
4. La Catedral de Toledo y el cuadrado largo	96
5. Catedral de Notre Dame en París	103
6. Santa María la Antigua en Carabanchel	106
7. El número de oro en la historia	110
7.1. Pitágoras y el número de oro	110
7.2. Fideas y el número de oro	110
7.3. El número de oro en Roma y en el Renacimiento	112
8. Armonía en ábsides románicos	115
3. Formatos y plantillas en arte y publicidad	123
1. Introducción	123
2. Rectángulos irracionales	128
3. Particiones armónicas de la unidad	132
4. Diseño con el rectángulo de oro	134
4.1. Descomposiciones áureas del rectángulo de oro	136
4.2. La sección áurea en arte y publicidad	136
5. Diseño con el cuadrado	141
5.1. El cuadrado en arte y publicidad	142
6. Diseño con el rectángulo raíz de dos	144
6.1. El rectángulo raíz de dos en arte y publicidad	146
6.2. La sacristía nueva en la Basílica de San Lorenzo en Florencia	153
7. Diseño con el rectángulo raíz de tres	154
7.1. El rectángulo raíz de tres en arte y publicidad	155
8. Diseño con el cuadrado largo	157
8.1. El cuadrado largo en el arte	158
9. Diseño con el rectángulo raíz de cinco	160
9.1. El rectángulo raíz de cinco en arte y publicidad	161
4. La armonía de los polígonos	165
1. Introducción	165
1.1. Números armónicos	168
1.2. Los polígonos regulares y sus estrellas	173
1.3. Relación entre polígonos con el doble de lados	174

1.4. Relación entre polígonos con el mismo número de lados	176
2. Basílica del Santo Sepulcro en Jerusalén. Isodecágono.	179
2.1. Armonía áurea en el anastasis del Santo Sepulcro de Jerusalén	181
3. Cúpula de la Roca en Jerusalén. Octógono.	184
4. Capilla Palatina en Aquisgrán. Hexadecágono	187
5. El Santo Sepulcro en Northampton. Hexadecágono.	190
6. El Temple en Londres. Dodecágono	192
7. La Vera Cruz en Segovia. Dodecágono.	194
8. La Charola en Tomar. Hexadecágono	198
9. Templo de Confucio en Chu-Fou. Cuadrado y octógono	200
9.1. La estrella de Confucio	200
9.2. Templo de Confucio en Chu-Fou	201
9.3. Plataforma de los Albaricoques.	202
10. Bóvedas de la Mezquita de Córdoba. Cuadrado y octógono	203
11. Bóvedas de la Mezquita de Bab Al-Mardúm o iglesia del Cristo de la Luz en Toledo. Cuadrado y octógono.	206
12. La armonía de los polígonos.	209
12.1. Triángulo equilátero	210
12.2. Cuadrado.	211
12.3. Pentágono	212
12.4. Hexágono.	215
12.5. Heptágono	218
12.6. Octógono.	219
12.7. Nonágono.	222
12.8. Decágono.	223
12.9. Undecágono.	228
12.10. Dodecágono.	228
12.11. Hexadecágono	233
12.12. Isodecágono	234
5. Geometría solar	237
1. Introducción	237
2. Geometría solar. Movimiento del Sol	238
3. Observatorios solares	242
3.1. Templos solares egipcios.	242
3.2. Observatorio de Cheomsongdae	243
3.3. Plaza de San Pedro en Roma	245
3.4. Observatorio y templo solar maya	247
4. Templo solar hipogéico de Abu Simbel	249
5. Monasterio de San Antonio en La Cabrera	251
5.1. Solsticio de verano	252
5.2. Solsticio de invierno.	253

6. Santo Tomé en Lemine	254
7. Monasterio de San Juan de Ortega	255
8. Santuario de Seokguram	257
9. Las conjunciones solares en la iglesia de La Vera Cruz en Segovia	260
9.1. Descubriendo la conjunción solar	260
9.2. Conjunción vespertina	261
9.3. Conjunción matutina	262
10. Rayo equinocial en el monasterio de San Millan	264
6. Geometría del sonido	271
1. Introducción	271
2. Espacios acústicos	273
2.1. Aula palatina de Constantino en Tréveris.	273
2.2. Iglesias románicas. San Martín en Fonzeleche.	274
2.3. Mezquitas. Ibn Tulun en el Cairo	275
3. Monasterio de Monsalud en Córcoles	276
4. Capilla de San Galindo en Campisábalos	280
5. Monasterio de San Antonio en La Cabrera	282
5.1. Polifonía pitagórica de los ábsides	283
6. Ventanales góticos.	285
7. Catedral de León.	287
8. Fundamentos de música y acústica	289
8.1. Acústica	289
8.2. Reverberación	296
8.3. Resonancia	297
8.4. Instrumentos de viento. Tubos abiertos y cerrados	299
Bibliografía	301
Notas al final.	307
Sobre el autor	313

Prólogo

La relación entre las matemáticas y el arte es tan fuerte, que sus lazos se mimetizan en las obras artísticas desde el albor de los tiempos. Es una frontera tan difusa que nos trasfiere de las matemáticas al arte y viceversa, sin saber cuándo estamos en el ámbito del arte o del lenguaje matemático, pero en todo caso, precisan de un lenguaje que las describa. Aunque la relación del arte y las matemáticas se hace evidente en arquitectura, ya que su soporte son las matemáticas, veremos que esta relación es extensiva a la pintura, escultura y música.

Comenzamos este libro con las pirámides de Egipto, pues muestran la geometría con todo su esplendor, y ya en la antigüedad fueron consideradas como la primera maravilla del mundo. Veremos que los egipcios las trataron a otro nivel, y sus propiedades geométricas fueron puestas de manifiesto por Heródoto, siendo su geometría la determinante de su armonía y belleza. Pero hay una tercera derivada, ya que sus mensajes están implícitos en sus relaciones geométricas.

Durante el período helenístico se hizo un esfuerzo considerable para determinar las relaciones matemáticas de la armonía y belleza en el arte, sistematizadas en torno a algoritmos asociados al número de oro, como veremos en el segundo capítulo. Estos desarrollos no se perdieron en la Edad Media, sorprende así la fuerza, armonía y belleza con que irrumpió el románico normando en Inglaterra cuando se levantó la Torre de Londres, símbolo de la fuerza y poder de la monarquía inglesa; y la armonía de ciertos ábsides románicos en España. Ponemos también de manifiesto la armonía de las catedrales góticas de Toledo y Notre Dame en París.

Pero la armonía y belleza van más allá del número de oro. La primera aproximación a nuestra percepción visual la recibimos a través de formatos rectangulares. Para sistematizar el arte encerrado en un rectángulo, hemos recurrido a las obras de los principales maestros del Museo del Prado en

Madrid, y de otros pintores universales. Pero estas técnicas son también de uso más general, apareciendo frecuentemente en folletos publicitarios, trípticos, portadas de discos o DVD...

Todo lo anterior se engloba dentro de la «Armonía de los Polígonos», veremos que el número de oro es la armonía vinculada al pentágono, pero hay otras armonías. Por otra parte, las estrellas asociadas a polígonos, pueden relacionar armónicamente dos polígonos con el mismo número de lados o con el doble de lados. En esta línea ponemos de manifiesto, por primera vez, las relaciones áureas presentes en la basílica del Santo Sepulcro en Jerusalén; la sabiduría de los trazados de la capilla palatina de Aquisgrán, y de las construcciones templarias de Londres, Segovia y Tomar. Esta armonía la encontraremos también en el templo de Confucio en Chu-Fou (China), o en las mezquitas de Córdoba y de Bab-al-Mardúm en Toledo, por citar algunos ejemplos.

La luz es un elemento inseparable del arte, de forma que la «geometría solar» ha condicionado particularmente los trazados arquitectónicos desde el Neolítico a nuestros días, como veremos en algunos templos mayas, egipcios, cristianos y budistas. En este capítulo volvemos a la Vera Cruz en Segovia y a los estudios que realicé sobre las conjunciones solares en esta iglesia, así como los fenómenos solares en los solsticios de verano e invierno en el monasterio de La Cabrera (Madrid).

La voz, el canto y el sonido son elementos aglutinadores humanos, de forma que la acústica de los templos y lugares de reunión ha modelado su trazado en todos los tiempos, como veremos en recintos neolíticos, romanos, cristianos e islámicos. En esta línea mostramos nuevamente el monasterio de La Cabrera (Madrid) como ejemplo de una sala con polifonía pitagórica, de acuerdo con los estudios que hemos realizado y publicado.

Es nuestro objetivo trabajar los aspectos que cualifican una obra de arte como la simetría, armonía y belleza; profundizando en estos conceptos tanto desde el punto de vista matemático como artístico. Pero vamos más allá, queremos dar respuesta matemática a la belleza y a la armonía, analizando las obras de arte desde la perspectiva matemática de su simetría, armonía y belleza. Estos conceptos están vinculados a nosotros mismos, y a nuestra naturaleza siendo, por tanto, muy humanos, y una de las bases de la Geometría Sagrada.

El nombre de Geometría Sagrada data de la época faraónica, para referirse al arte de crear obras bellas y armónicas, aplicando la geometría al arte. Se creó así un arte sagrado, enfocado hacia el arte real, religioso, y a otros ámbitos. Trabajaron con leyes y métodos que han sobrevivido hasta nuestros días, pasando por Grecia, Roma, el Medioevo y el Renacimiento. En este libro formulamos esos conocimientos con el lenguaje actual de las artes y las matemáticas, donde la mayoría de lo que exponemos es resultado de nuestras investigaciones.

En la universidad he trabajado las relaciones entre la ciencia y el arte como disciplinas complementarias, pues se aplican a los mismos objetos, o si se quiere, aportan diferentes visiones, para observar y trazar una obra. A lo largo del libro cabalgaremos sobre obras de arte, sus trazados y composición, la armonía y belleza, la luz, el sonido y todos aquellos aspectos que configuran una obra artística, desde las perspectivas artística, científica y matemática.

F. J. Ignacio López de Silanes Valgañón
Universidad Autónoma de Madrid
Enero de 2021

La cuadratura del triángulo

Lenguaje de las pirámides

1. Introducción

Hace años pensé que una de las obras humanas, donde fuera más sencillo sintetizar la relación entre el arte y las matemáticas, fueran las pirámides de Egipto, por lo que inicié un programa de estudio e investigación. Ignoraba los misterios y la sabiduría que encerraba el milenio de las pirámides egipcias, donde la humanidad depositó lo mejor de su ser y saber. Las pirámides son más que tumbas y templos, son obras donde sus constructores legaron mensajes, que no pueden interpretarse sin el recurso de las matemáticas.

Las pirámides tienen la base cuadrada, sus caras son triángulos isósceles. Las pirámides son elementos geométricos puros, que ya en el mundo antiguo fueron consideradas como la primera maravilla, y han conservado desde entonces esta cualificación. Hoy todo el mundo entiende que las pirámides egipcias contienen elementos geométricos, artísticos, religiosos y simbólicos, siendo uno de los objetivos de este capítulo, estudiar estas

relaciones. A pesar de su estado ruinoso, las pirámides muestran su simetría, armonía, belleza y grandeza, y continúan asombrando y gustando a la gente, pues no en vano han sido un icono del hombre y de la civilización durante 4600 años. Por estas razones seleccionamos las pirámides egipcias, ya que son objetos geométricos sencillos, estudiados en Enseñanza Secundaria y, por tanto, su geometría es asequible. Además, este período egipcio nos sirve



Figura 1.1. *Maestros de las Pirámides. Izquierda, Imhotep, trazó las pirámides de Zoser y Sejemjet. Centro, Hemiunu, derecha Ankhaf, ambos dirigieron la gran pirámide y las de Snefru en Dahshur.*

también para introducir algunos conceptos como el cuadrado largo y el número de oro.

Veremos que las pirámides egipcias se realizaron de acuerdo con los criterios matemáticos, derivados del sistema de medida de ángulos egipcio. Los egipcios, que fueron grandes constructores, determinaban los ángulos mediante las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo asociado a dicho ángulo, es decir, usando lo que hoy conocemos como trigonometría. Para ello conviene familiarizarse con el sistema de medida egipcio de ángulos y longitudes¹. Pero «¿qué dispositivo utilizaban los egipcios para medir ángulos?», conviene familiarizarnos con la medida del ángulo como una longitud, el «seked», que utilizaremos a lo largo de todo el capítulo. Veremos que su sistema de medida de ángulos, imprimirá en sus pirámides características específicas. Los ángulos los expresaremos en el sistema sexagesimal tradicional², ya que solo así podremos operar con calculadora u ordenador.

El estudio de la geometría de las pirámides lo realizaremos en función de los parámetros medibles: el semilado y la pendiente de las caras, ya que de estos dos parámetros se deducen todos los demás. Como consecuencia de lo anterior, veremos también que los egipcios solo construyeron aquellas pirámides que contenían formas geométricas regulares o armónicas, con independencia de su tamaño, época y materiales; de forma que no se conocen pirámides, fuera de estos criterios geométricos y armónicos. De esta forma, las pirámides de Egipto son quizás una de las obras de arte más antiguas, donde se muestra claramente el maridaje y simbiosis de las matemáticas y el arte, binomio que se ha mantenido en todos los tiempos, lugares, culturas y civilizaciones en las principales realizaciones artísticas. También los sacerdotes de la era faraónica caracterizaron matemáticamente las pirámides. Además de eso, las pirámides tenían contenidos mitológicos, religiosos y simbólicos, relacionados con los polígonos que forman la pirámide. Así, si el cuadrado está asociado al hombre y la tierra, los triángulos apuntan a Dios y al mundo celeste, de esta forma las pirámides se vinculan con la trascendencia del hombre y su relación con Dios.

En este capítulo, ponemos en relieve los conocimientos geométricos egipcios, de los que ya teníamos constancia por los geómetras griegos, donde destacamos el tratamiento que hicieron de la superficie de los polígonos, manejando con soltura los criterios de igualdad, proporcionalidad y otras relaciones entre áreas. Para los egipcios el carácter más importante de una superficie es su área, lo que está en consonancia, por ejemplo, con la producción de la tierra, donde las fincas con mayor superficie tendrán una mayor producción y valoración. Sin embargo, en los estudios actuales de geometría, estamos acostumbrados a tratar con criterios de igualdad de ángulos, o con los criterios de igualdad y proporcionalidad de longitudes,

pero raramente se trabaja con las igualdades de áreas, donde los egipcios dieron muestra de poseer mucha destreza. Así mostraron su alto nivel en geometría con las cuadraturas del triángulo³, que encontraremos frecuentemente en las pirámides.

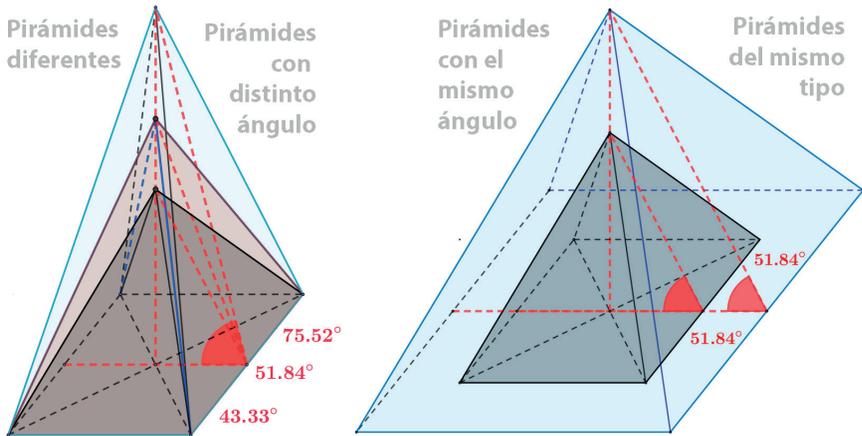


Figura 1.2. *Izquierda. Al variar la pendiente de las caras de la pirámide, se obtienen diferentes tipos de pirámides. Derecha. Al variar el lado de la pirámide y mantener su pendiente, se varía su tamaño, pero no su forma o tipo.*

Así viajaremos a uno de los períodos más sobresalientes de la historia de la humanidad, el Egipto faraónico, donde tomaremos contacto con su arte y ciencia, ya que no hay arte si no hay detrás una ciencia, y la ciencia es una de las artes más antiguas.

Comenzaremos estudiando las grandes pirámides, como monumentos que formaron parte de templos o conjuntos funerarios. Pero las pirámides fueron más que tumbas o templos funerarios, como podemos apreciar, por ejemplo, el complejo de la pirámide de Kefrén, donde destacamos los templos en torno a la pirámide, además del complejo de la Esfinge con sus templos.

La pirámide es la primera y quizás una de las realizaciones artísticas más primitivas. La pirámide nació en el Neolítico y fue un elemento aglutinador de aquellas sociedades en torno a los poderes religiosos, políticos y económicos, sirviendo además como elemento evolutivo de las sociedades más avanzadas, como las civilizaciones egipcias, mesopotámicas, chinas, mesoamericanas, etc. Un templo es más que una obra artística, es un oratorio y un punto de confluencia multitudinaria, donde se plasmaron las realizaciones más complejas y avanzadas de esas sociedades, marcando además el reto para superarse a sí mismas y a las localidades vecinas. De forma que sus estructuras, además de estar configuradas por sus ritos y creencias, en-

cierran también las realizaciones técnicas y artísticas más avanzadas de ese momento.

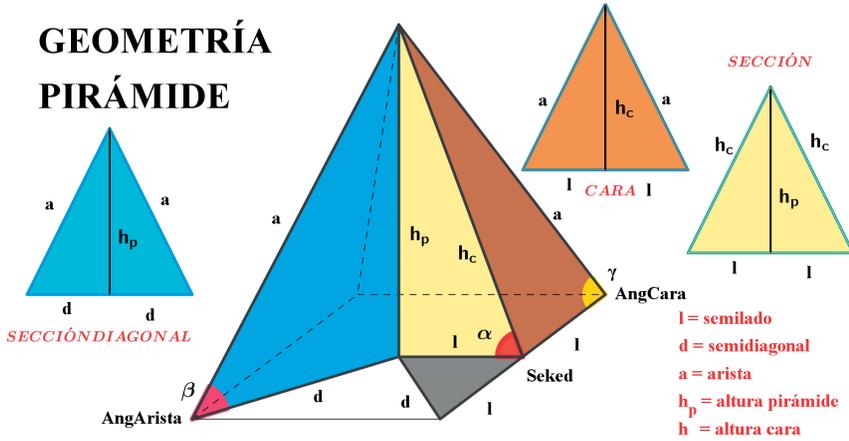


Figura 1.3. Tres triángulos isósceles en la pirámide egipcia: sección diagonal, cara y sección apotema.

2. La pirámide egipcia

Cuando se estudia geometría, se considera la pirámide como un cuerpo complejo, y lo es, por estar compuesta por elementos con relaciones complejas. Pero contemplemos una pirámide egipcia terminada, y nos preguntemos ¿a qué elementos tenemos acceso?, o ¿con qué elementos podremos catalogarla? La respuesta está clara, el ancho de la base y su altura configuran totalmente la pirámide. Pero veremos que para su estudio y clasificación nos sobra uno, la altura.

Efectivamente, los polígonos que forman una pirámide egipcia o de base cuadrada son: la base cuadrada y cuatro caras formadas por triángulos isósceles. Sus elementos geométricos son: el vértice de la pirámide, cuatro vértices de la base, el lado de la base, cuatro aristas, dos diagonales en la base, la altura de la pirámide, la altura de la cara, cuatro apotemas en la base (la mitad del lado del cuadrado), el ángulo de las caras o pendiente de la pirámide que los egipcios llamaban *seked*⁴, es decir, el ángulo cuyos lados son la altura de la cara y la apotema de la base, el ángulo de la arista con el lado de la base que define los triángulos de las caras, y el ángulo formado por la arista y la diagonal de la base. Pero todas estas magnitudes dependen solo de dos parámetros: la longitud del lado de la base (en nuestras formulaciones utilizaremos el «semilado de la base») y la pendiente de las caras o «seked», variando estos dos parámetros se obtienen pirámides más grandes

o pequeñas, y más altas o bajas. Estos dos parámetros van a definir también las propiedades matemáticas, estéticas, estructurales y artísticas de las pirámides, y solo con estos dos parámetros, el maestro constructor puede trazar y levantar la pirámide.

El tamaño de la pirámide es proporcional a la longitud del lado de su base, con un lado grande obtendré pirámides de grandes dimensiones, mientras que las pequeñas tienen lados reducidos. Con una pendiente grande tendremos pirámides altas, mientras que con un ángulo pequeño de las caras resultarán pirámides más bajas. Por otra parte, en una pirámide los parámetros que podemos medir directamente son el lado de la base y la pendiente de las caras. Por ejemplo, no podemos medir directamente la altura de la pirámide, salvo que la taladremos de arriba abajo, ni la arista o la altura de la cara a no ser que escalemos hasta el vértice. En definitiva, los parámetros que se pueden controlar en la construcción de una pirámide egipcia de base cuadrada son dos: la longitud del lado de la base y la pendiente de las caras. Conjugando estos dos parámetros se construyeron las pirámides egipcias.

Variando el seked o la pendiente de las caras de una pirámide y manteniendo la misma longitud del lado de la base, se obtienen pirámides de altura distinta y diferente tipo, al ser distintas las relaciones entre sus elementos. De esta forma las pirámides con distinto seked pertenecen a diferentes tipos de pirámides. Al contrario, si se mantiene el seked o la pendiente de la pirámide, y se varía la longitud del lado de la base, se obtienen pirámides más o menos grandes, pero con las mismas relaciones entre sus elementos. Es decir, las pirámides con el mismo seked y diferente longitud del lado son del mismo tipo.

Resumimos de esta forma diciendo que, solo con dos parámetros, se definen de forma unívoca las grandes pirámides del Antiguo Egipto. La longitud del lado de la base expresada en codos o metros y la pendiente de las caras en seked, determinan totalmente las pirámides levantadas por los faraones. Se utilizaron también estos dos parámetros, porque eran los únicos que podían controlar directamente sus constructores y operarios. Lo anterior implica también que al ser la pirámide egipcia de base cuadrada, para generarla y determinarla, bastará precisar el triángulo de su sección, que llamamos «triángulo generador».

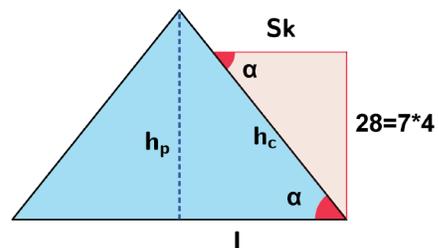


Figura 1.4. Perfil de la sección de una pirámide. La pendiente de la cara o el seked en dedos se determina mediante una escuadra donde uno de sus catetos mide 28 dedos.

En la pirámide de base cuadrada destacamos tres triángulos isósceles: el triángulo de las caras, la sección de la pirámide incluye la altura de la cara y de la pirámide, y el triángulo sección diagonal que integra a la arista, la semidiagonal de la base y la altura de la pirámide, como se muestra en la figura 1.3.

En lo sucesivo para las relaciones matemáticas en pirámides de base cuadrada utilizaremos los siguientes términos:

$$l = \text{semilado base}; h_p = \text{altura pirámide}; h_c = \text{altura de la cara}; a = \text{arista}; \\ d = \text{diagonal base}; \alpha = \text{pendiente caras}; \beta = \text{ángulo en la cara}.$$

Las áreas que consideramos en las pirámides son las siguientes: área de la base cuadrada $\text{Área}_{\text{Base}} = 4l^2$; área del cuadrado cuyo lado es la altura de la pirámide $\text{Área}_{\text{CuadradoAlturaPirámide}} = h_p^2$; área del triángulo isósceles de la cara $\text{Área}_{\text{Cara}} = lh_c$; área de triángulo de la sección $\text{Área}_{\text{Sección}} = lh_p$ y área del triángulo de la sección siguiendo la diagonal de la base $\text{Área}_{\text{SecciónDiagonal}} = dh_p$.

El seked de un ángulo se determinaba mediante la relación de la medida (sk en dedos) y un codo real (28 dedos)⁵. Así tendremos $\text{Seked} = \frac{\text{sk (dedos)}}{28}$ (adimensional). Por lo que el seked de la pendiente de la cara de una pirámide será $\text{Seked} = \cot\alpha = \frac{l}{h_p}$. Y la altura de la pirámide $h_p = \frac{l}{\text{Seked}}$. La correspondencia entre el sistema de medida egipcio o seked y el sistema de medida de ángulos actual (grados sexagesimales), se realiza mediante la función trigonométrica de la cotangente de un ángulo:

$$\alpha(\text{sexagesimales}) = \tan^{-1} \frac{28}{\text{sk (dedos)}}$$

De esta forma, un valor bajo del seked se corresponde con un ángulo grande, mientras que un seked alto se relacionará con un ángulo más bajo. La medida de un ángulo o seked se expresa entonces como una longitud en palmos y dedos o simplemente en dedos.

3. Las pirámides de Egipto

Las relaciones de pirámides egipcias publicadas son escasas y sus datos no son coincidentes, lo que se justificaría por su avanzado estado ruinoso. Lauer proporcionó en 1974 una lista de 20 pirámides con su seked. Corina Rossi en 2006 recurrió a estas 20 pirámides añadiendo otras pirámides satélites. Lehner en 2008 extiende la lista a 27 pirámides. Posteriormente Alfonso Martínez dio una lista de 30 pirámides incluyendo falsas pirámides como

las escalonadas, y replicando los datos de Lehner. Pero ni las dimensiones ni las pendientes de las pirámides coinciden en estas relaciones.

Nosotros presentamos aquí una lista de 36 pirámides, donde la pirámide rectificadas aparece como dos pirámides, por tener dos pendientes. Además, la lista contiene seis pirámides de pendiente desconocida, de las que en cinco pirámides no conocemos ni su ubicación, ya que sus únicas referencias son los documentos de época faraónica.

En la tabla de pirámides expresamos el seked en dedos y en ángulos sexagesimales. Las medidas de longitud para el lado de la base y la altura de la pirámide están en metros. En las pirámides que tienen base rectangular, aparecen las dimensiones de sus dos lados. También se citan el nombre de la pirámide, el lugar donde se ubica, la fecha posible de su construcción o la del reinado del faraón que la erigió, la dinastía a la que perteneció el faraón, y en la primera columna al grupo al que pertenece la pirámide; donde SG indica que no tiene grupo asignado por no conocerse su pendiente.

Veremos a continuación, que de las infinitas pirámides que los egipcios pudieron construir, solo levantaron aquellas cuya geometría expresaba una propiedad matemática o mitológica. Nos preguntamos, si cada pirámide expresa un atributo divino o una relación entre la tierra y el cielo, o entre el hombre y Dios, entonces ¿las propiedades geométricas de las pirámides expresaban ese mismo atributo o relación?

Grup.	Din	Año a.C.	Pirámide	Lugar	Lado	Altura	Seked	Pend.
G0	III	2625	Zoser	Sakkara	109-121	62.5		71° - 75°
G0	III	2610	Sejemjet	Sakkara	120	70		71° - 75°
G0	III	2603	Jaba	El-Aryam	83,8	42		71° - 75°
G0	III	2599	Hunny	Meidum	128	84		71° - 75°
G1	VIII	2150	Kakara-ibi	Sakkara	24	21.6	16	60.94°
G2	V	2350	Unas	Sakkara	57.75	43	19	56.12°
G2	XII	1850	Sesostri III	Dahshur	104	78.5	19	56.47°
G2	XII	1820	Amenemhat III	Dahshur	104	78.5	19	56.47°
G2	IV	2570	Snefru II	Dahshur	188.6	49	20	54.52°
G2	XII	1970	Amenemhat I	El-Lisht	83.68	58.576	20	54.46°
G2	XIII	1718	Jendyer	Sakkara	52	37.35	20	55.15°
G3	IV	2520	Kefren (Jafra)	Guiza	215.3	143.5	21	53.12°
G3	V	2465-58	Userkaf	Sakkara	73.5	49	21	53.44°
G3	V	2446-26	Neferirkara	Abusir	105	70.8	21	53.44°
G3	V	2375	Isesi	Sakkara	78.75	52.5	21	53.13°
G3	VI	2320	Teti	Sakkara	78.75	52.5	21	53.13°
G3	VI	2280	Pepy I	Sakkara	78.75	52.5	21	53.13°

Grup.	Din	Año a.C.	Pirámide	Lugar	Lado	Altura	Seked	Pend.
G3	VI	2255-45	Merenra I	Sakkara	78.75	52.5	21	53.13°
G3	VI	2200	Pepy II	Sakkara	78.75	52.5	21	53.13°
G4	IV	2575	Huny-Snefru I	Meidum	144	92	22	51.95°
G4	IV	2551-28	Keops (Jufu)	Guiza	230.33	146.59	22	51.84°
G4	IV	2528-20	Dyedefra	AbuRawash	106.2	67	22	51.60°
G4	IV	2490-72	Micerino	Guiza	104.6	66	22	51.60°
G4	V	2458-46	Sahura	Abusir	78.75	50	22	51.77°
G4	V	2415	Nyusera	Abusir	78.9	50	22	51.72°
G5	XII	1940	Sesostris I	el-Lisht	105	61.25	24	49.39°
G5	XII	1800	Amenemhat III	Hawara	100	58	25	49.23°
G6	IV	2570	Snefru II	Dahshur	118.7	56	30	43.33°
G6	IV	2575-51	Snefru III	Dahshur	220	105	30	43.50°
G6	XII	1897-78	Sesostris II	El-Lahun	104.6	48	31	42.54°
SG	III	2649-30	Baka (Nebka)	Zawyet el-Aryam	200			
SG			Neferefra	Abusir	65			
SG			Jui	Dara	146-136			
SG	XII	1929-1892	Amenemhat II	Dahshur	50			
SG	XII	1799-87	Amenemhat IV /Sebekkara	Mazghuna	52			
SG	XIII	1750	Ameniquemau	Dahshur	49,5			

Algunos autores han agrupado las pirámides, como Corinna Rossi, que en 2006 formó 14 grupos de pirámides⁶ dependiendo de su pendiente. Posteriormente Alfonso Martínez estableció ocho grupos. En mi opinión, estas clasificaciones solo prueban que los egipcios levantaron sus pirámides utilizando únicamente algunas pendientes o seked, por lo que es preciso sintetizar las pirámides en otros grupos de acuerdo con sus propiedades geométricas, o con sus significados religiosos o divinos. Por otra parte, no creemos que los egipcios utilizaron números fraccionarios para expresar los ángulos, por lo que nosotros solo mediremos el seked en dedos.

Siguiendo este criterio mostramos nuestra clasificación en siete grupos, basada en el conjunto anterior de treinta pirámides, de las que se conocen sus datos geométricos y seked. Existen otras cuyo estado de ruina y destrucción es tan avanzado, que no es posible conocer estos parámetros. La definición de los siete grupos de pirámides: G0, G1, G2, G3, G4, G5 y G6 se muestra en la tabla siguiente, donde la pendiente de las pirámides se expresa en seked y en grados sexagesimales, el número de pirámides pertenecientes al grupo de entre las treinta pirámides de referencia, y su porcentaje. Así, el grupo G0 sería el de las primeras pirámides o las pirámides escalonadas; el